Reihen

Konvergenz:

- <u>Wurzelkriterium</u>

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1 => \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$$

- <u>Quotientenkriterium</u>

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1 => \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$$

- „$\frac{1}{k^s}$“ – <u>Kriterium</u>

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^s} < \infty \text{ für } s > 1 \text{ konvergent}$$

$$(\text{divergent für } s \leq 1)$$

- <u>Leibniz-Kriterium</u>

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n < \infty$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$$

$$a_n \geq a_{n+1}$$

- <u>Majorante</u>

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n < \infty \wedge |a_n| \leq b_n => \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$$

Folgen

Grenzwerte

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^s} = 0 \; für \; s > 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1 \; für \; a > 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} q^n = 0 \; für \; |q| < 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^k}{a^n} \; für \; k \in \mathbb{N} \; (\mathbb{Z}) \; für \; |a| > 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{q^n}{n!} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{A_k}\right)^{B_k} = e^{\lim_{n\to\infty} \frac{B_k}{A_k}}$$

Wachstumsreihe

$$const \ll \ln n, \sin n, \cos n, \sqrt{n} \ll n^s (s > 0) \ll a^n \; (a > 1) \ll n! \ll n^n \ll n^{n^n} \ll \cdots$$

Logik

$\overline{ab} = \bar{a} + \bar{b}$

$\overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$

$a + \bar{a} = 1$

$a \cdot \bar{a} = 0$

$a \cdot 1 = a$

$a \cdot a = a$ (gilt auch für Negationen!)

$a + a = a$ (gilt auch für Negationen!)

$a => b = \bar{a} + b$

$a => b = \bar{b} => \bar{a}$

$a \Leftrightarrow b = (\bar{\mathrm{a}} + \mathrm{b}) \cdot (\mathrm{a} + \bar{\mathrm{b}})$

$a \Leftrightarrow b = (a \cdot b) + (\bar{a} \cdot \bar{b})$

$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + c = \bar{a} \cdot \bar{b} + c$

$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{c}$

MengeToLogik

$a : x \in A, \quad b : x \in B, \quad c : x \in C$

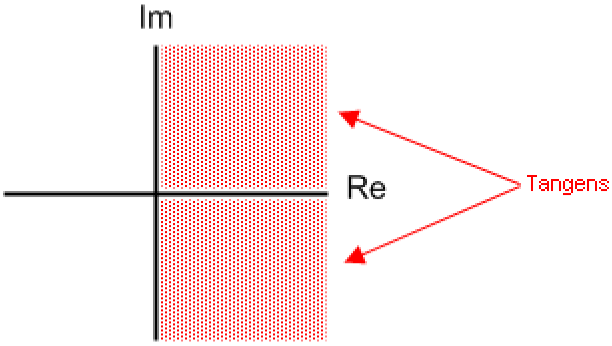
$\cup = +, \quad \cap = \cdot$

$A \Delta C = (A \cap \overline{C}) \cup (\bar{A} \cap C)$
$(a\bar{b}) + (\bar{a}b)$

$A \setminus B = A \cap \bar{B}$

Steht das \ vor einer Klammer bezieht sich die Negation auf die gesamte Klammer

Komplexe Zahlen



$z = a + bi$

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$

$z = (\ldots)^n$

$z = r^n(\cos(\varphi n) + i\sin(\varphi n))$

„n-te“ Wurzel:

$r = R$

$\varphi = \Phi$

$z = \sqrt[n]{R}\ (\cos(\frac{\Phi}{n} + (k-1)\left(\frac{360°}{n}\right)) + i\sin(\frac{\Phi}{n} + (k-1)\left(\frac{360°}{n}\right)))$

Hauptwert

$z_1 = \sqrt[n]{R}\left(\cos\left(\frac{\Phi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\Phi}{n}\right)\right)$

Differenzierung

$(u(x) \cdot v(x))' = u'(x)\,v(x) + u(x)v'(x)$

$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

$(u \circ v)'(x_0) = u'\left(v(x_0)\right) \cdot v'(x_0)$

$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}\ für\ \alpha \in \mathbb{Q}\ und\ \alpha \in \mathbb{R}, x > 0$

$u^v = e^{v\,(\ln u)} \cdot (v \cdot \ln(u))'$

$u^v = u^v \cdot [v \cdot \ln(u)]'$

$u^v = u^v \cdot [v' \cdot \ln(u) + v \cdot (\ln(u))']$

(Nachdifferenzieren nicht vergessen!)